

国際環境工学部 機械システム工学科 物理・数学

【注 意】

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 時間は9時30分から11時30分までの120分、配点は物理、数学それぞれ200点です。
3. この問題冊子は、表紙以外に10ページあり、解答用紙は5枚あります。
4. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
5. 7ページから10ページまでの第4問は選択問題です。選択A、Bの中から1問を選択して解答してください。
6. 解答用紙には、解答箇所以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って正しく記入してください。正しく記入されていない場合には採点できないことがありますので、十分注意してください。
 - ① 受験番号記入欄(各解答用紙2箇所)
 - ② 氏名記入欄(各解答用紙1箇所)
 - ③ 選択問題識別欄(第4問選択Aおよび選択Bの各解答用紙1箇所)
選択した問題はこの欄に○を、選択していない問題はこの欄に×を記入してください。この記入が無い場合や全ての欄に○が記入されている場合には、採点において著しく不利になります。
7. 解答はすべて指定した解答用紙に記入してください。
8. 解答用紙を持ち出してはいけません。持ち出した場合、試験をすべて無効とします。
9. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

第1問 (物理, 配点 100 点)

図 1.1 のように, なめらかな水平面上に, 水平台と垂直壁をもつ質量 M の台車が静止している。この台車にはブレーキがついており, ブレーキで水平方向の動きを拘束できるものとする。いま, 時刻 $t=0$ で台車上の水平台から質量 m の小球を角度 θ , 初速度 v で垂直壁に向かって打ち出したところ, 小球は垂直壁に対して水平に衝突した。この台車および小球を用いた実験について記述した以下の文章の空欄 ア ~ ケ に入れるのに適する数式を解答箇所に記入せよ。解答用紙には答えのみを記入し, 答えの導出過程は記入しないこと。ただし, 空欄 キ は, 数式の答えだけでなく, 導出過程も分かりやすく記述すること。なお, 小球と台車の垂直壁が衝突する際にはね返り係数 (反発係数) は e , 重力加速度の大きさは g とし, 空気抵抗および台車と水平面の間の摩擦は無視できるとする。また, 実験中は台車の車輪は常に水平面に接しており, 車輪が浮き上がることはないものとする。解答に使用してよい記号は, M , m , θ , v , e および g とする。

- (1) はじめ, 台車をブレーキで完全に固定した状態で実験を行った。小球が台車の垂直壁に衝突する際, 衝突の時刻は ア , 小球を打ち出した点から垂直壁までの水平台に沿う距離 L は, $L =$ イ , 衝突の際に垂直壁が小球に与えた力積の大きさは ウ , 衝突によって小球が失った力学的エネルギーの大きさは エ である。
- (2) 次の実験として, 小球を打ち出した直後に台車のブレーキを解除し, 台車が自由に動ける状態とした。この実験では, 小球が台車の垂直壁に衝突した直後の台車の速さは オ で, 水平面に立った人から見たときに衝突した小球が衝突後も紙面の右側に運動するためのはね返り係数 e の条件は カ となる。図 1.2 のように, 小球は垂直壁に衝突後, 台車の水平台に衝突した。このとき, 水平台に衝突した点と垂直壁との水平台に沿う距離 l は, $l =$ キ となる。また, 水平台に衝突する直前の小球の速さは, 水平面に立った人から見ると ク となり, 台車の水平台の上に立った人から見ると ケ となる。

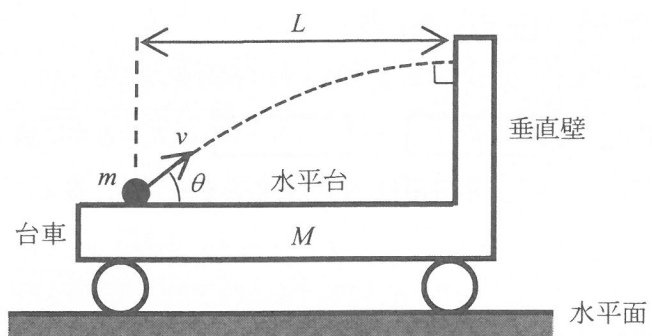


图 1.1

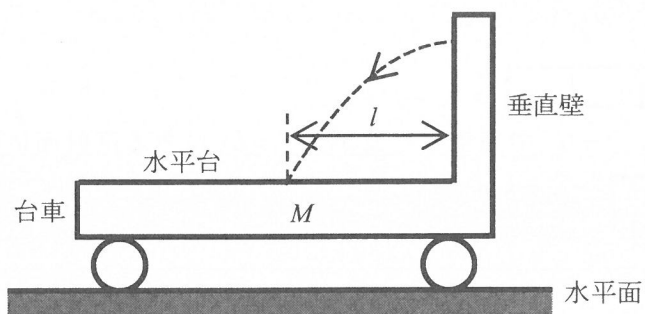


图 1.2

第2問 (物理, 配点 100 点)

以下の文章の空欄 ～ に入れるのに適する数式または語句を解答箇所に記入せよ。解答用紙には答えのみを記入し、答えの導出過程は記入しないこと。

図 2.1 のように、原点を O とする x 軸を設定する。 $x=L$ の位置に反射面があり、 x_1 は O と L の間にある点とする。いま、時刻 $t=0$ で、原点 O において x 軸の正方向に一定の速さ v で伝わる波を発生させた。時刻 t での原点 O における媒質の変位を $y_0(t) = A \sin \frac{2\pi}{T} t$ とする。ここで、 A は波の振幅、 T は周期である。

入射波が $x = x_1$ に到達した以降の時刻 t での、 $x = x_1$ における入射波による媒質の変位は

$$y(t) = \text{サ}$$

と表される。 $t=0$ で発生した波が、 $x=L$ にある反射面に到達する時刻は $t = \text{シ}$ である。

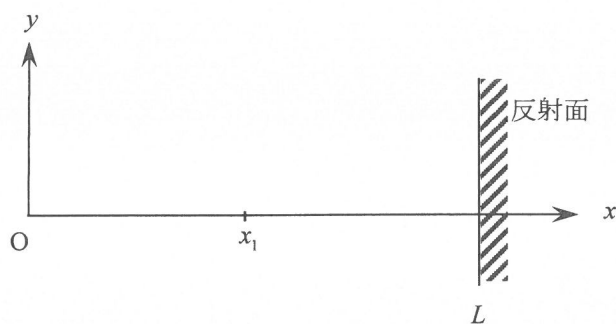


図 2.1

最初に、反射する波が固定端反射の場合を考える。 $x=L$ に入射波が到達した以降の時刻 t での、 $x=L$ における反射波による媒質の変位は

$$y(t) = \boxed{\text{ス}}$$

となる。反射した波が、再び $x=x_1$ に到達する時刻は $t = \boxed{\text{セ}}$ である。よって、時刻 t での $x=x_1$ における反射波による媒質の変位は、

$$y(t) = \boxed{\text{ソ}}$$

となる。このとき、三角関数の公式

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

を用いると、時刻 t での x における入射波と反射波の合成波による変位は、

$$y(t, x) = 2A \sin \boxed{\text{タ}} \times \cos \boxed{\text{チ}}$$

となる。この合成波は、定在波（定常波）となる。最も大きな振幅で振動する点を $\boxed{\text{ツ}}$ といい、まったく振動しない点を $\boxed{\text{テ}}$ という。

次に、反射する波が自由端反射の場合を考える。反射波が $x=x_1$ に到達した以降の時刻 t での、 $x=x_1$ における反射波による媒質の変位は、

$$y(t) = \boxed{\text{ト}}$$

となる。

第3問 (数学, 配点 100 点)

関数 $f(x) = x^2 e^{4-x}$ について, 以下の問いに答えよ。問1については, 空欄に入れるのに適する数式または数値を解答箇所に記せ。証明や説明は必要としない。問2と問3については, 答えを導く過程も記すこと。

問1 $f(x)$ を微分すると,

$$f'(x) = \boxed{\text{ア}}$$

となるので, $f'(x) = 0$ の解は,

$$x = \boxed{\text{イ}}, \boxed{\text{ウ}} \text{ (順不同)}$$

となる。

また, $f'(x)$ を微分すると,

$$f''(x) = \boxed{\text{エ}}$$

となるので, $f''(x) = 0$ の解は,

$$x = \boxed{\text{オ}}, \boxed{\text{カ}} \text{ (順不同)}$$

となる。

問2 関数 $f(x)$ の極値, 曲線 $y = f(x)$ の変曲点の座標を求め, $f(x)$ の増減表をかけ。

問3 $0 \leq x \leq 4$ のとき, 曲線 $y = f(x)$ と x 軸および直線 $x = 4$ で囲まれた部分の面積を求めよ。

(計算用余白)

第4問（選択問題） 選択 A, B の中から 1 問を選んで解答しなさい。

どの問題を選択したかは、表紙の注意書きに従って解答用紙に明記すること。

配点は各選択問題に対して 100 点とする。

第4問 選択 A（数学、配点 100 点）

以下の問いに答えよ。空欄に入れるのに適する数式または数値を解答箇所に記せ。
証明や説明は必要としない。

問 1 関数 $f(x) = -ax^2 + 2ax + 3a$ (ただし, a は正の実数) について考える。ここでは xy 平面において, x 座標, y 座標がいずれも整数となる点を格子点という。

(1) $f(x) = 0$ となるのは $x =$, (順不同) のときで,
放物線 $y = f(x)$ の頂点の座標は (,) である。

(2) $y < f(x)$, $x > 0$, $y > 0$ を同時に満たす格子点の数を N とする。

$a = 1$ のとき, $N =$ となる。

$a = 2$ のとき, $N =$ となる。

$2 < N < 9$ となるような a の値の範囲は

$< a \leq$ である。

問 2 1 つの袋に赤玉 5 個と白玉 6 個が入っている。赤玉にはそれぞれ 1 から 5 までの数字が, 白玉にはそれぞれ 1 から 6 までの数字が 1 つずつ書かれている。袋から同時に 2 つの玉を取り出し, 2 つの玉が同じ色であれば取り出した玉に書かれた 2 つの数字の積を計算し, 異なる色であれば商を計算する。ただし, 商を計算するとき, 2 つの数字が異なる場合にはより大きい方の数字を分母とする。取り出した玉に書かれた 2 つの数字の積または商を, 計算の答えと呼ぶことにする。

(1) 玉の取り出し方は全部で 通りある。

(2) 取り出した玉が 2 つとも赤玉である確率は である。

(3) 計算の答えが 1 以上になる確率は である。

(4) 計算の答えが, 小数で表したときに循環小数となる確率は である。

(計算用余白)

第4問 選択B（数学，配点100点）

円 $C_1 : (x-a)^2 + (y-a)^2 = a^2$ の上を動く点 P と，円 $C_2 : (x+b)^2 + (y+b)^2 = b^2$ の上を動く点 Q がある。ただし，原点を O ， $a > 0$ ， $b > 0$ とする。以下の問いに答えよ。問1については，空欄に入れるのに適する数式または数値を解答箇所に記せ。証明や説明は必要としない。問2と問3については，答えを導く過程も記すこと。

問1 ベクトル $\overrightarrow{OP}$ の大きさ $|\overrightarrow{OP}|$ の最大値は ，ベクトル $\overrightarrow{OQ}$ の大きさ $|\overrightarrow{OQ}|$ の最大値は であるから， $0 < |\overrightarrow{OP}| \leq$ ，及び $0 < |\overrightarrow{OQ}| \leq$ が成り立つ。ここで，内積 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ}$ の最大値は ，最小値は である。また，内積 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ}$ が最小値をとるときの点 P の座標は (,) である。

問2 $b = a$ のとき，点 P と点 Q を通る直線 PQ が，円 C_1 と円 C_2 の両方に接しているとする。このような直線 PQ のうち，座標軸上になく， y 切片が負であるものについて，点 P と点 Q の座標をそれぞれ求めよ。

問3 問2で求めた点 P ，点 Q と原点 O を頂点とする $\triangle OQP$ の面積を求めよ。

(計算用余白)

2025（令和 7）年度 個別学力検査（一般選抜・後期日程）

国際環境工学部 ※該当学科に○をつけてください。

環境化学工学科 ・ 機械システム工学科
情報システム工学科 ・ 建築デザイン学科 ・ 生命工学科

問 題 訂 正

科目名：【 物理・数学 】

訂正内容

第2問 4 ページ 上から4行目

(誤) 反射した波が、再び $x = x_1$ に到達する時刻は $t =$ である。
よって、時刻 t での . . .

↓

(正) $t = 0$ で発生した波が $x = L$ において反射し、反射した波が再び $x = x_1$ に到達する時刻は $t_1 =$ である。よって、時刻 t ($t \geq t_1$) での . . .

2025（令和7）年度 個別学力検査（一般選抜・後期日程）

国際環境工学部 ※該当学科に○をつけてください。

環境化学工学科 ・ 機械システム工学科
情報システム工学科 ・ 建築デザイン学科 ・ 生命工学科

問 題 訂 正

科目名：【 物理・数学 】

訂正内容

第3問 問2 5ページ

（誤） 問2 関数 $f(x)$ の極値，曲線 $y = f(x)$ の変曲点の座標を求め， $f(x)$ の増減表をかけ。

↓

（正） 問2 関数 $f(x)$ の極値，曲線 $y = f(x)$ の変曲点の座標を求め， $f(x)$ の増減，グラフの凹凸の表をかけ。