

国際環境工学部 数学

【注 意】

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 時間は10時00分から11時30分までの90分、配点は150点です。
3. この問題冊子は、表紙以外に4ページあり、解答用紙は3枚あります。
4. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
5. 解答用紙には、解答箇所以外に受験番号記入欄が2箇所あるので、受験番号を正しく記入してください。正しく記入されていない場合には採点できないことがありますので、十分注意してください。
6. 解答はすべて指定した解答用紙に記入してください。
7. 解答用紙を持ち出してはいけません。持ち出した場合、試験をすべて無効とします。
8. 問題冊子の余白等は、適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
9. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

第1問 (配点 75 点)

次の問いに答えよ。ただし、答えを導く過程を記すこと。なお、以下では X^T により行列 X の転置を示す。

(1) 次の列ベクトル a, b, c について、以下の問いに答えよ。

$$a = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad c = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

- (i) $ab^T c$ を求めよ。
- (ii) ac^T のトレースを求めよ。
- (iii) a, b, c の始点を一致させたとき、これらの3つのベクトルを隣り合う3辺とする平行六面体の体積を求めよ。

(2) 次の行列 A について、以下の問いに答えよ。

$$A = \begin{bmatrix} 10 & 4 & 6 \\ -8 & -2 & -10 \\ 2 & 2 & 8 \end{bmatrix}$$

- (i) 行列 A の固有値と固有ベクトルを求めよ。固有値が重複する場合は、重複度も示すこと。
- (ii) J を行列 A のジョルダン標準形とする。 J および、 $P^{-1}AP = J$ となる変換行列 P を求めよ。答えは複数あるので、 J と対応する P を1組示せばよい。

(計 算 用 余 白)

第2問 (配点 75 点)

次の問いに答えよ。ただし、答えを導く過程を記すこと。

(1) 関数 $f(x) = \left(\frac{\cos x}{2x+3}\right)^2$ を x で微分せよ。

(2) 関数 $f(x) = \frac{x-1}{x^3+1}$ の不定積分を求めよ。

(3) 微分方程式 $xyy' = y - 1$ を解け。

(計算用余白)